CHAHAL ACADEMY
LEARN TODAY! LEAD TOMORROW!
96259-93995

SKYC-U-PHY

भौतिकी / PHYSICS

प्रश्न-पत्र I / Paper I

निर्धारित समय : तीन घंटे
Time Allowed : **Three Hours**

अधिकतम अंक : **250**
Maximum Marks : **250**

प्रश्न-पत्र सम्बन्धी विशेष अनुदेश

कृपया प्रश्नों के उत्तर देने से पूर्व निम्नलिखित प्रत्येक अनुदेश को ध्यानपूर्वक पढ़ें :

इसमें **आठ** प्रश्न हैं जो **दो खण्डों** में विभाजित हैं तथा **हिन्दी** और **अंग्रेज़ी** दोनों में छपे हुए हैं ।

परीक्षार्थी को कुल **पाँच** प्रश्नों के उत्तर देने हैं ।

प्रश्न संख्या **1** और **5** अनिवार्य हैं तथा बाकी प्रश्नों में से प्रत्येक खण्ड से कम-से-कम **एक** प्रश्न चुनकर किन्हीं **तीन** प्रश्नों के उत्तर दीजिए ।

प्रत्येक प्रश्न/भाग के अंक उसके सामने दिए गए हैं ।

प्रश्नों के उत्तर उसी प्राधिकृत माध्यम में लिखे जाने चाहिए जिसका उल्लेख आपके प्रवेश-पत्र में किया गया है, और इस माध्यम का स्पष्ट उल्लेख प्रश्न-सह-उत्तर (क्यू.सी.ए.) पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर निर्दिष्ट स्थान पर किया जाना चाहिए । प्राधिकृत माध्यम के अतिरिक्त अन्य किसी माध्यम में लिखे गए उत्तर पर कोई अंक नहीं मिलेंगे ।

यदि आवश्यक हो, तो उपयुक्त आँकड़ों का चयन करें तथा उनको निर्दिष्ट करें ।

जब तक उल्लिखित न हो, संकेत तथा शब्दावली प्रचलित मानक अर्थों में प्रयुक्त हैं ।

प्रश्नों के उत्तरों की गणना क्रमानुसार की जाएगी । यदि काटा नहीं हो, तो प्रश्न के उत्तर की गणना की जाएगी चाहे वह उत्तर अंशतः दिया गया हो । प्रश्न-सह-उत्तर पुस्तिका (क्यू.सी.ए.) में खाली छोड़ा हुआ पृष्ठ या उसके अंश को स्पष्ट रूप से काटा जाना चाहिए ।

Question Paper Specific Instructions

Please read each of the following instructions carefully before attempting questions :

There are ***EIGHT*** *questions divided in* ***TWO SECTIONS*** *and printed both in* ***HINDI*** *and in* ***ENGLISH****.*

Candidate has to attempt ***FIVE*** *questions in all.*

Questions no. ***1*** *and* ***5*** *are compulsory and out of the remaining, any* ***THREE*** *are to be attempted choosing at least* ***ONE*** *question from each section.*

The number of marks carried by a question / part is indicated against it.

Answers must be written in the medium authorized in the Admission Certificate which must be stated clearly on the cover of this Question-cum-Answer (QCA) Booklet in the space provided. No marks will be given for answers written in a medium other than the authorized one.

Assume suitable data, if considered necessary, and indicate the same clearly.

Unless and otherwise indicated, symbols and notations carry their usual standard meanings.

Attempts of questions shall be counted in sequential order. Unless struck off, attempt of a question shall be counted even if attempted partly. Any page or portion of the page left blank in the Question-cum-Answer (QCA) Booklet must be clearly struck off.

भौतिक नियतांक :

प्रकाश का वेग	$c = 3 \times 10^8$ m/s
बोल्ट्ज़मान नियतांक	$k = 1{\cdot}38 \times 10^{-23}$ J/K
प्लांक नियतांक	$h = 6{\cdot}627 \times 10^{-34}$ J s
मुक्त आकाश की विद्युतशीलता (परावैद्युतांक)	$\varepsilon_0 = 8{\cdot}854 \times 10^{-12}$ F/m
मुक्त आकाश की पारगम्यता	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m
इलेक्ट्रॉन का आवेश	$e = 1{\cdot}6 \times 10^{-19}$ C
इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान	$m_e = 9{\cdot}1 \times 10^{-31}$ kg
सार्वत्रिक गैस नियतांक	$R = 8{\cdot}314$ J mol^{-1} K^{-1}
सार्वत्रिक गुरुत्वाकर्षण नियतांक	$G = 6{\cdot}67 \times 10^{-11}$ Nm^2/kg^2

Physical Constants :

Velocity of light	$c = 3 \times 10^8$ m/s
Boltzmann constant	$k = 1{\cdot}38 \times 10^{-23}$ J/K
Planck's constant	$h = 6{\cdot}627 \times 10^{-34}$ J s
Permittivity of free space	$\varepsilon_0 = 8{\cdot}854 \times 10^{-12}$ F/m
Permeability of free space	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m
Charge of the electron	$e = 1{\cdot}6 \times 10^{-19}$ C
Mass of the electron	$m_e = 9{\cdot}1 \times 10^{-31}$ kg
Universal gas constant	$R = 8{\cdot}314$ J mol^{-1} K^{-1}
Universal gravitational constant	$G = 6{\cdot}67 \times 10^{-11}$ Nm^2/kg^2

खण्ड A

SECTION A

Q1. (a) एक बल $\vec{F} = x^2y\,\hat{x} + zy^2\,\hat{y} + xz^2\,\hat{z}$ से दिया गया है । ज्ञात कीजिए कि बल संरक्षी है या नहीं ।

A force $\vec{F}$ is given by $\vec{F} = x^2y\,\hat{x} + zy^2\,\hat{y} + xz^2\,\hat{z}$. Determine whether or not the force is conservative. *10*

(b) पृथ्वी की गुरुत्वीय नैज-ऊर्जा की गणना कीजिए ।

दिया गया है :

पृथ्वी का द्रव्यमान $M_e = 6 \times 10^{24}$ kg और पृथ्वी की त्रिज्या $R_e = 6{\cdot}4 \times 10^6$ m

Calculate the gravitational self-energy of the Earth.

Given :

Mass of Earth $M_e = 6 \times 10^{24}$ kg and the Radius of Earth $R_e = 6{\cdot}4 \times 10^6$ m *10*

(c) आपेक्षिक वेग पर गतिशील फ्रेम से प्रेक्षित होने की दशा में लोरेन्ट्स रूपान्तरण का लम्बाई और समय पर क्या प्रभाव पड़ेगा ?

What are the consequences of Lorentz transformations on length and time when observed from a frame moving at relativistic velocities ? 10

(d) हाइगेन्स के नियम का प्रयोग करते हुए, एक समतल प्रगामी तरंग के लिए, जो कि विरल माध्यम 1 से सघन माध्यम 2 में जा रही है, दर्शाइए कि

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\mu_2}{\mu_1},$$

जहाँ कि i और r क्रमशः आपतन कोण और अपवर्तन कोण हैं । v_1, μ_1 और v_2, μ_2 माध्यम 1 और माध्यम 2 में क्रमशः वेग और अपवर्तनांक हैं ।

Using Huygens' principle for a plane wave travelling from rarer medium 1 to a denser medium 2, show that

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\mu_2}{\mu_1},$$

where i and r are the angles of incidence and refraction, respectively. v_1, μ_1 and v_2, μ_2 are the velocities and refractive indices in media 1 and 2, respectively. 10

(e) तीन और चार स्तरीय पम्पिंग योजनाएँ क्या हैं ? इनमें लेसिंग क्रिया को योजित रेखाचित्र सहित समझाइए ।

What are three and four level pumping schemes ? Explain the lasing action in these with schematic diagrams. 10

Q2. (a) (i) गुरुत्वीय विभव के लिए किसी बिन्दु पर व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए, जबकि बिन्दु

(I) गोलीय कोश के बाहर हो,

(II) गोलीय कोश के अन्दर हो ।

(ii) 10 kg द्रव्यमान के किसी पिण्ड के पलायन वेग की गणना चन्द्रमा के तल से कीजिए $\left(g_{\text{चन्द्रमा}} = \frac{1}{6} g_{\text{पृथ्वी}}\right)$ ।

चन्द्रमा का द्रव्यमान = $7\cdot3 \times 10^{22}$ kg

चन्द्रमा की त्रिज्या = $1\cdot7 \times 10^{6}$ m

(i) Derive the expressions for gravitational potentials at a point

(I) outside the spherical shell,

(II) inside the spherical shell. 10

(ii) Calculate the escape velocity of a body of mass 10 kg from the surface of Moon $\left(g_{\text{Moon}} = \frac{1}{6} g_{\text{Earth}}\right)$.

Mass of Moon = $7{\cdot}3 \times 10^{22}$ kg

Radius of Moon = $1{\cdot}7 \times 10^{6}$ m 10

(b) एक निश्चित दूरी पर स्थित दो पतले लेंसों के लिए अवर्णकता की शर्त को प्राप्त कीजिए । यदि दो लेंसों के पदार्थों की परिक्षेपण क्षमता 0·020 और 0·028 हो, तथा इनकी फोकस दूरियाँ क्रमश: 10 cm और 5 cm हैं, तो इनके बीच की दूरी परिकलित कीजिए जिससे कि ये एक अवर्णक संयुग्म बना सकें ।

Obtain condition for achromatism of two thin lenses separated by a finite distance. If the dispersive powers of the materials of the two lenses are 0·020 and 0·028, their focal lengths are 10 cm and 5 cm, respectively. Calculate the separation between them in order to form achromatic combination. 15

(c) (i) घूर्णन गति की मात्राएँ स्थानांतरण गति की मात्राओं के अनुरूप होती हैं । घूर्णन एवं स्थानांतरण गतियों के संगत समीकरणों को लिखिए ।

(ii) एक समतल स्तरिका के लिए लम्बवत और समान्तर अक्षों के प्रमेयों का वर्णन कीजिए ।

(i) The quantities of rotatory motion are analogous to those of translatory motion. Write the corresponding equations of translatory and rotatory motion. 5

(ii) Describe the theorems of perpendicular and parallel axes in case of a plane lamina. 10

3. (a) (i) व्यतिकरण पैटर्न को परदे पर प्रेक्षण के लिए आवश्यक शर्तों को लिखिए ।

(ii) द्वि-झिरी प्रयोग में परदे के किसी बिन्दु पर फ्रिंज की चौड़ाई तथा तीव्रता के लिए व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए ।

(i) What are the requisite conditions for observation of interference pattern on a screen ? 5

(ii) Derive the expression for fringe width and intensity at a point on the screen in a double slit experiment. 10

(b) (i) सिद्ध कीजिए कि द्रव्यमान केन्द्र और प्रयोगशाला निकायों में प्रेक्षित दो टकराने वाले (संघट्टनी) कणों के बीच की दूरी समान होती है ।

(ii) एक 0·5 kg द्रव्यमान और 0·2 m अर्द्धव्यास की पतली चक्रिका उसके तल के लम्बवत और उसके केन्द्र से होकर गुज़रते अक्ष के परित: 100 घूर्णन प्रति सेकण्ड की दर से घूर्णन कर रही है । चक्रिका की गतिज ऊर्जा की गणना कीजिए ।

(i) **Prove that the separation of two colliding particles is same, when observed in centre of mass and laboratory systems.** *10*

(ii) **Determine the kinetic energy of a thin disc of mass 0·5 kg and radius 0·2 m rotating with 100 rotations per second around the axis passing through its centre and perpendicular to its plane.** *5*

(c) अवमंदित सरल आवर्त दोलनों के लिए समीकरण लिखिए और लघुगणकीय अपक्षय का व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए ।

एक अवमंदित सरल आवर्त गति में, प्रथम आयाम 10 cm है, जो कि 50 दोलनों के बाद घटकर 2 cm हो जाता है, जिसमें प्रत्येक दोलन का आवर्तकाल 4 सेकण्ड है । लघुगणकीय अपक्षय की गणना कीजिए । उन दोलनों की संख्या की गणना भी कीजिए जिसमें कि आयाम घटकर 25% रह जाता है ।

Write equation for damped harmonic oscillations and obtain expression for logarithmic decrement.

In a damped harmonic motion, the first amplitude is 10 cm, which reduces to 2 cm after 50 oscillations, each of period 4 seconds. Determine the logarithmic decrement. Also, calculate the number of oscillations in which the amplitude decreases to 25%. *20*

Q4. (a) स्टेप-इंडेक्स प्रकाशिक तंतु की कार्यविधि की शर्तों को लिखिए । एक स्टेप-इंडेक्स तंतु में, कोर और क्लैडिंग पदार्थों के अपवर्तनांक क्रमश: 1·50 और 1·43 हैं ।

निम्नलिखित को ज्ञात कीजिए :

(i) क्रांतिक संचरण कोण

(ii) स्वीकरण कोण

(iii) 1 km लम्बाई के तंतु में कुल समयान्तराल

(iv) 50 km लम्बाई के तंतु में कुल प्रकीर्णन

Write conditions for working of a step-index optical fiber. In a step-index fiber, the core and cladding materials have refractive indices 1·50 and 1·43, respectively.

Find the following : 20

(i) Critical propagation angle

(ii) Acceptance angle

(iii) Total time delay in 1 km length of the fiber

(iv) Total dispersion in 50 km length of the fiber

(b) एक तरल के धारारेखी प्रवाह को परिभाषित कीजिए । सांतत्य के समीकरण का उपयोग करते हुए समदैशिक तरल के लिए प्रति एकांक आयतन की कुल ऊर्जा के विभिन्न घटकों को ज्ञात कीजिए ।

Define streamline flow of a fluid. Using the equation of continuity for an isotropic fluid, find different components of total energy per unit volume. 15

(c) (i) फ्रेनल विवर्तन और फ्राउनहोफर विवर्तन में क्या अन्तर है ?

(ii) एक दूरदर्शक की विभेदन क्षमता क्या होती है ? एक सूक्ष्मदर्शी की विभेदन क्षमता UV प्रकाश में दृश्य प्रकाश की अपेक्षा ज़्यादा क्यों होती है ?

(i) What is the difference between Fresnel diffraction and Fraunhofer diffraction ? 5

(ii) What is resolving power of a telescope ? Why is the resolving power of microscope more with UV light than with visible light ? 10

खण्ड B

SECTION B

Q5. (a) कार्तीय निर्देशांकों $R_1(1, 1)$, $R_2(2, 1)$, $R_3(1, 4)$ और $R_4(2, 2)$ पर क्रमश: स्थित चार आवेशों $Q_1 = 1$ nC, $Q_2 = 2$ nC, $Q_3 = 3$ nC और $Q_4 = 4$ nC के एक निकाय में संचित ऊर्जा ज्ञात कीजिए । मुक्त आकाश की स्थिति मान लीजिए ।

Find the energy stored in a system of four charges $Q_1 = 1$ nC, $Q_2 = 2$ nC, $Q_3 = 3$ nC and $Q_4 = 4$ nC placed at the cartesian coordinates $R_1(1, 1)$, $R_2(2, 1)$, $R_3(1, 4)$ and $R_4(2, 2)$, respectively. Assume free space. *10*

(b) दो लम्बे और समान्तर तारों, जिनमें प्रत्येक की त्रिज्या a है और जो एक दूसरे से उनके अक्षों के बीच की दूरी d पर स्थित हैं, में समान और विपरीत धारा I बह रही है । इनके एकांक लम्बाई के प्रेरकत्व का व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए ।

Derive the expression for the inductance per unit length of two long parallel wires each of radius a, separated by distance d from their axes and carrying equal and opposite current I. *10*

(c) दर्शाइए कि सांतत्य का समीकरण मैक्सवेल के समीकरणों में समाहित है ।

Show that Continuity equation is embedded in Maxwell's equations. *10*

(d) ऊष्मागतिकी के शून्य कोटि के नियम का प्रयोग करते हुए ताप की धारणा को प्रतिपादित कीजिए । व्याख्या कीजिए कि कैसे दो अलग-अलग निकायों के लिए समताप रेखाएँ खींची जा सकती हैं ।

Using Zeroth law of thermodynamics, introduce the concept of temperature. Explain how the isotherms of two different systems can be drawn. *10*

(e) फ़र्मी-डिराक बंटन और बोस-आइन्स्टाइन बंटन के लिए व्यंजक लिखिए । इन दोनों बंटनों का आलेखन ऊर्जा के फलन के रूप में कीजिए ।

Write down the expressions for the Fermi-Dirac distribution and the Bose-Einstein distribution. Plot the distributions as a function of the energy. *10*

Q6. (a) दो प्रेरक, जिनका प्रेरकत्व L_1 और L_2 है, समान्तर क्रम में जुड़े हैं । प्रेरकों का अन्योन्य प्रेरकत्व M है । परिणामी प्रेरकत्व के लिए व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए । मान लीजिए कि प्रेरकों का प्रतिरोध नगण्य है ।

Two inductors having inductances L_1 and L_2 are connected in parallel. The inductors have a mutual inductance M. Derive the expression for the effective inductance. Assume the inductors have negligible resistances. *15*

(b) (i) जूल-केल्विन गुणांक को परिभाषित कीजिए । इसको गणितीय रूप में लिखिए ।

(ii) एक वानडर वाल्स गैस के लिए जूल-केल्विन गुणांक निर्धारित कीजिए । इसके पश्चात् व्युत्क्रमण ताप के लिए व्यंजक प्राप्त कीजिए । किन शर्तों के अधीन ऊष्मीकरण या शीतलन उत्पन्न होगा, चर्चा कीजिए ।

(i) Define Joule-Kelvin coefficient. Write it in its mathematical form. *5*

(ii) Determine the Joule-Kelvin coefficient for a van der Waals gas. Hence, obtain an expression for temperature of inversion. Discuss the conditions under which heating or cooling is produced. *10*

(c) दो परावैद्युत माध्यमों के अन्तरापृष्ठ पर एक विद्युत-चुम्बकीय तरंग की अन्योन्यक्रिया पर विचार कीजिए । यदि विद्युत-क्षेत्र $\vec{E}$ आपतन तल के समान्तर है, तो फ्रेनल के समीकरणों एवं ध्रुवण के ब्रूस्टर के नियम को प्राप्त कीजिए ।

Consider the interaction of an electromagnetic wave at the interface of two dielectric media. If electric field $\vec{E}$ is parallel to the plane of incidence, obtain Fresnel's equations and Brewster's law of polarization. *20*

Q7. (a) एक उदासीन परमाणु में एकसमान रूप से आवेशित त्रिज्या r के गोलीय अभ्र (–q) से घिरा एक बिन्दु नाभिक +q है । दर्शाइए कि जब इस प्रकार के परमाणु को एक दुर्बल बाह्य विद्युत-क्षेत्र $\vec{E}$ में रखा जाता है, तो परमाणु की परमाण्वीय ध्रुवणीयता गोले के आयतन के समानुपाती होती है ।

A neutral atom consists of a point nucleus +q surrounded by a uniformly charged spherical cloud (–q) of radius r. Show that when such an atom is placed in a weak external electric field $\vec{E}$, the atomic polarizability of the atom is proportional to the volume of the sphere. *15*

(b) एक पिस्टन-सिलिन्डर युक्ति प्रारम्भ में 150 kPa और 27°C पर वायु धारण करती है । इस अवस्था में, पिस्टन दो अवरोधों पर, जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है, स्थिर है और संलग्न आयतन 400 L है । पिस्टन का द्रव्यमान इस तरह से है कि इसको विस्थापित करने में 350 kPa दाब की आवश्यकता पड़ती है । अब वायु को तब तक गर्म करते हैं जब तक कि उसका आयतन दुगुना न हो जाए । ज्ञात कीजिए :

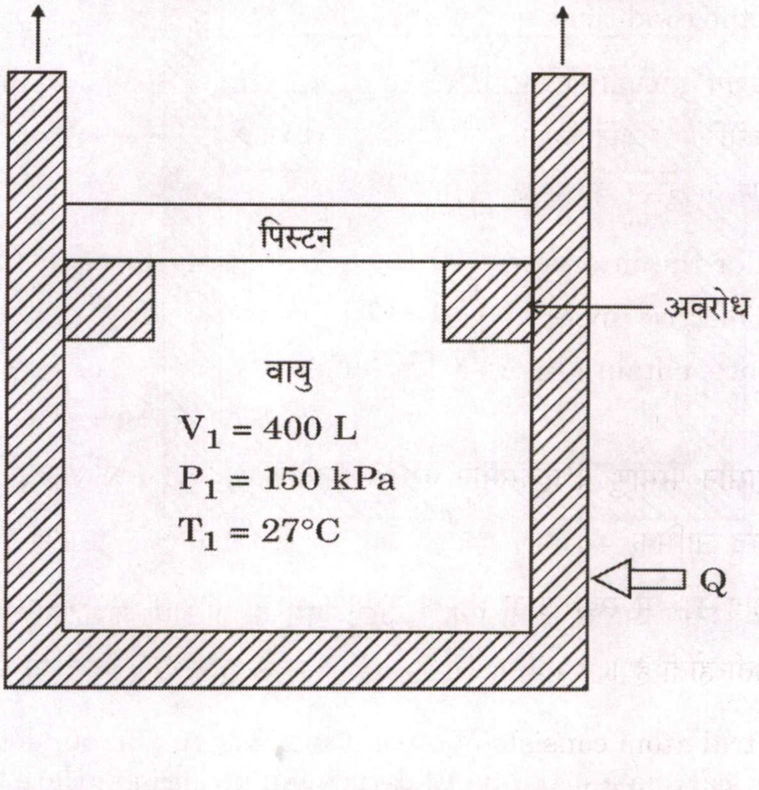
(i) अन्तिम तापमान,

(ii) वायु के द्वारा किया गया कार्य, और

(iii) वायु को स्थानान्तरित की गयी कुल ऊष्मा की मात्रा ।

दिया गया है : $U_{300\ K} = 214$ kJ/kg और $U_{\text{अंतिम}} = 1113$ kJ/kg

वायु का गैस नियतांक, $R = 0{\cdot}287$ kPa.m^3/kg.K



A piston-cylinder device initially contains air at 150 kPa and 27°C. At this state, the piston is resting on a pair of stops, as shown in the figure, and the enclosed volume is 400 L. The mass of the piston is such that a 350 kPa pressure is required to move it. The air is now heated until the volume is doubled. Determine :

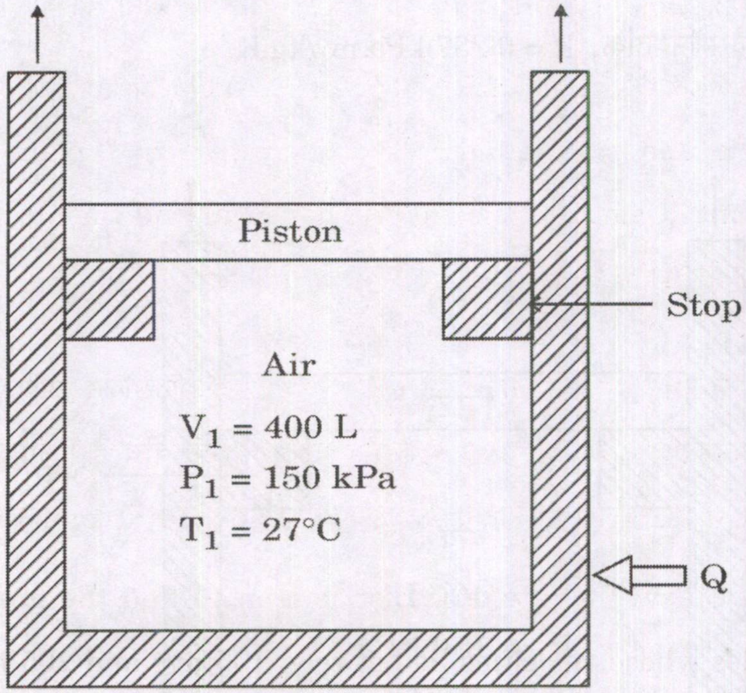
(i) the final temperature,

(ii) the work done by the air, and

(iii) the total heat transferred to air. *20*

Given : $U_{300\ K} = 214$ kJ/kg and $U_{final} = 1113$ kJ/kg

Gas constant of air, $R = 0{\cdot}287$ kPa.m^3/kg.K



(c) एकसमान पृष्ठीय आवेश σ के एक R अर्द्धव्यास के गोलीय कोश को उसके अक्ष के परित: ω कोणीय वेग से घूर्णन कराया जा रहा है । उसके द्वारा $\vec{r}$ बिन्दु पर उत्पन्न सदिश विभव ज्ञात कीजिए ।

A spherical shell of radius R, carrying a uniform surface charge σ, is set spinning at angular velocity ω about its axis. Find the vector potential it produces at point $\vec{r}$. *15*

Q8. (a) x-y तल में स्थित और मूल-बिन्दु पर केन्द्रित एक अर्द्धव्यास R के वृत्ताकार वलय पर एक एकसमान रैखिक आवेश λ धारित है । विभव $V(r, \theta)$ के बहुध्रुव प्रसार के प्रथम तीन पद (एकध्रुव, द्विध्रुव और चतुर्ध्रुव) ज्ञात कीजिए ।

A circular ring of radius R lying on the x-y plane and centred at the origin, carries a uniform line charge λ. Find the first three terms (monopole, dipole and quadrupole) of the multipole expansion of potential $V(r, \theta)$. *20*

(b) दो आवेश $Q_1 = 3$ nC और $Q_2 = 4$ nC कार्तीय बिन्दुओं (0, 2, 2) m और (0, – 2, 4) m पर क्रमशः रखे गए हैं । $z = 0$ तल भू-संपर्कित है । प्रतिबिम्ब विधि का प्रयोग करते हुए बिन्दु (3, 2, 4) m पर विद्युत विभव और विद्युत-क्षेत्र की गणना कीजिए ।

Two charges $Q_1 = 3$ nC and $Q_2 = 4$ nC are placed at the cartesian points (0, 2, 2) m and (0, – 2, 4) m, respectively. The $z = 0$ plane is connected to the ground. Calculate the electric potential and the electric field at the point (3, 2, 4) m using the method of images. *15*

(c) मैक्सवेल-बोल्ट्समान बंटन का प्रयोग करते हुए उन ऑक्सीजन अणुओं की संख्या ज्ञात कीजिए जिनका 0°C पर वेग 195 m/s और 205 m/s के बीच है । ऑक्सीजन गैस का दिया गया द्रव्यमान 0·1 kg है । (प्रोटॉन का द्रव्यमान $1{\cdot}66 \times 10^{-27}$ kg मान लीजिए)

Use the Maxwell-Boltzmann distribution to find the number of oxygen molecules whose velocities lie between 195 m/s and 205 m/s at 0°C. The given mass of oxygen gas is 0·1 kg. (Assume mass of proton to be $1{\cdot}66 \times 10^{-27}$ kg) *15*