CHAHAL ACADEMY
LEARN TODAY! LEAD TOMORROW!
96259-93995

वियोज्य DETACHABLE

सांख्यिकी (प्रश्न-पत्र II)

STATISTICS (Paper II)

निर्धारित समय : तीन घण्टे Time Allowed : Three Hours	अधिकतम अंक : 250 Maximum Marks : 250

प्रश्न-पत्र सम्बन्धी विशेष अनुदेश

उत्तर देने के पूर्व निम्नलिखित निर्देशों को कृपया सावधानीपूर्वक पढ़ें ।

इसमें **आठ** प्रश्न हैं जो दो खण्डों में विभाजित हैं तथा **हिन्दी** और **अंग्रेजी** दोनों में छपे हुए हैं ।

उम्मीदवार को कुल **पाँच** प्रश्नों के उत्तर देने हैं ।

प्रश्न संख्या **1** और **5** अनिवार्य हैं तथा बाकी प्रश्नों में से प्रत्येक खण्ड से कम-से-कम **एक** प्रश्न चुनकर **तीन** प्रश्नों के उत्तर दीजिए ।

प्रत्येक प्रश्न/भाग के लिए नियत अंक उसके सामने दिए गए हैं ।

प्रश्नों के उत्तर उसी प्राधिकृत माध्यम में लिखे जाने चाहिए, जिसका उल्लेख आपके प्रवेश-पत्र में किया गया है, और इस माध्यम का स्पष्ट उल्लेख प्रश्न-सह-उत्तर (क्यू.सी.ए.) पुस्तिका के मुखपृष्ठ पर अंकित निर्दिष्ट स्थान पर किया जाना चाहिए । प्राधिकृत माध्यम के अतिरिक्त अन्य किसी माध्यम में लिखे गए उत्तर पर कोई अंक नहीं मिलेंगे ।

किसी प्रश्न का उत्तर देने के लिए जहाँ जरूरत हो, आँकड़े मान लीजिए तथा उसको स्पष्ट रूप से सूचित कीजिए ।

चार्ट/चित्र, जहाँ आवश्यक हो, प्रश्न के उत्तर देने की जगह पर ही अंकित किए जाएँ ।

प्रश्नों के उत्तरों की गणना क्रमानुसार की जाएगी । यदि काटा नहीं हो, तो प्रश्न के उत्तर की गणना की जाएगी चाहे वह उत्तर अंशतः दिया गया हो । प्रश्न-सह-उत्तर पुस्तिका में खाली छोड़ा हुआ पृष्ठ या उसके अंश को स्पष्ट रूप से काटा जाना चाहिए ।

QUESTION PAPER SPECIFIC INSTRUCTIONS

Please read each of the following instructions carefully before attempting questions.

There are **EIGHT** questions divided in **TWO SECTIONS** and printed both in **HINDI** and in **ENGLISH**.

Candidate has to attempt **FIVE** questions in all.

Question Nos. **1** and **5** are compulsory and out of the remaining, **THREE** are to be attempted choosing at least **ONE** question from each Section.

The number of marks carried by a question/part is indicated against it.

Answers must be written in the medium authorized in the Admission Certificate which must be stated clearly on the cover of this Question-cum-Answer (QCA) Booklet in the space provided. No marks will be given for answers written in a medium other than the authorized one.

Wherever any assumptions are made for answering a question, they must be clearly indicated.

Charts/figures, wherever required, shall be drawn in the space provided for answering the question itself.

Attempts of questions shall be counted in sequential order. Unless struck off, attempt of a question shall be counted even if attempted partly. Any page or portion of the page left blank in the Question-cum-Answer Booklet must be clearly struck off.

खण्ड 'A' SECTION 'A'

1.(a) एक उदाहरण की सहायता से, एकल प्रतिचयन आयोजना की व्याख्या कीजिए। एक प्रतिचयन आयोजना में संकारक अभिलक्षण वक्र के महत्त्व को भी लिखिए।

Explain Single Sampling Plan with the help of an example. Also, write the importance of an Operating Characteristics Curve in a sampling plan. 10

1.(b) निम्नलिखित नियतन समस्या को हल कीजिए :

डिपो Depot

शहर Town	I	II	III	IV	V
A	160	130	175	190	200
B	135	120	130	160	175
C	140	110	145	170	185
D	50	50	80	80	110
E	55	35	80	80	105

Solve the above assignment problem. 10

1.(c) बीजीय विधि का उपयोग करके निम्नलिखित खेल को हल कीजिए :

खिलाड़ी B Player B

खिलाड़ी A Player A	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	0·25	0·20	0·14	0·30
A_2	0·27	0·16	0·12	0·14
A_3	0·35	0·08	0·15	0·19
A_4	−0·02	0·08	0·13	0·00

Use algebraic method to solve the above game. 10

1.(d) संक्रमण प्रायिकता आव्यूह

$$\begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 0 & 1 & 2 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

के साथ एक मार्कोव श्रृंखला पर विचार कीजिए। दर्शाइए कि अवस्थाएँ आवर्ती और सततावृत अनिराकरणीय हैं।

Consider the Markov Chain with transition probability matrix :

$$\begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 0 & 1 & 2 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

Show that the states are periodic and persistent non-null. 10

1.(e) संकटग्रस्तता फलन के महत्त्व को बताइए। यदि किसी घटक की संकटग्रस्तता दर इस प्रकार दी गई है :

$$h(t) = \begin{cases} 0{\cdot}015, & t \leq 200 \\ 0{\cdot}025, & t > 200 \end{cases}$$

तो घटक के विश्वसनीयता फलन के एक व्यंजक को प्राप्त कीजिए।

State the importance of the hazard function. If the hazard rate of a component is given by :

$$h(t) = \begin{cases} 0{\cdot}015, & t \leq 200 \\ 0{\cdot}025, & t > 200 \end{cases}$$

then find an expression for the reliability function of the component. 10

2.(a) एक निर्माता को यह पता चलता है कि औसतन एक टेलीविजन सेट का उपयोग प्रतिदिन 1·8 घंटे होता है। पिक्चर ट्यूब पर, जिसका विफलता तक माध्य काल (एम टी टी एफ) 2000 घंटे है, एक वर्ष की वारंटी की पेशकश की जाती है। यदि विफलता तक के काल का बंटन चरघातांकी है, तो वारंटी अवधि के दौरान विफल हुई ट्यूबों का प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

A manufacturer finds that on the average, a television set is used 1·8 hours per day. A one year warranty is offered on the picture tube having a mean time to failure (MTTF) of 2000 hours. If the distribution of time to failure is exponential, then determine the percentage of tubes failing during the warranty period. 15

2.(b) 20 मदों पर दोषों की संख्या दर्ज की गई, जो नीचे दी गई है :
एक उपयुक्त नियंत्रण संचित्र का उपयोग कीजिए और यह पहचानिये कि क्या प्रक्रम नियंत्रण में है या नहीं ?

मद संख्या Item No.	दोषों की संख्या No. of defects	मद संख्या Item No.	दोषों की संख्या No. of defects
1	2	11	6
2	0	12	0
3	4	13	2
4	1	14	1
5	0	15	0
6	8	16	3
7	0	17	2
8	1	18	1
9	2	19	0
10	0	20	2

The number of defects on 20 items were recorded as given above :
Use a suitable control chart to identify whether the process is in control or not ? 15

2.(c) उत्पादक और उपभोक्ता के जोखिमों की संकल्पनाओं को समझाइए। प्रत्येक बड़े बैच से 100 मदों का एक यादृच्छिक प्रतिदर्श निकालने का निर्णय लिया गया है। हम बैच को अस्वीकार करते हैं यदि 2 से अधिक दोषपूर्ण पाये जाते हैं। यदि स्वीकार्य गुणता स्तर 1% है और अस्वीकार्य गुणता स्तर 5% है तो उत्पादक और उपभोक्ता के जोखिमों को प्राप्त कीजिए।

Explain the concepts of producer's and consumer's risks. It has been decided to sample 100 items at random from each large batch. We reject the batch if more than 2 defectives are found. If the acceptable quality level is 1% and the unacceptable quality level is 5%, then find the producer's and consumer's risks. 20

3.(a) पंक्ति प्रणाली M|G|1 की व्याख्या कीजिए। पोलैकजैक-किंचिन सूत्र को प्राप्त कीजिए।

Explain M|G|1 queuing system. Obtain Pollaczek-kinchine formula. 15

3.(b) निम्नलिखित परिवहन समस्या का MODI विधि का उपयोग करके हल निकालिए :

		भंडार Store				
		I	II	III	IV	पूर्ति Supply
फैक्टरी Factory	A	4	6	8	13	50
	B	13	11	10	8	70
	C	14	4	10	13	30
	D	9	11	13	8	50
मांग Demand		25	35	105	20	

Use MODI method to solve the above transportation problem. 15

3.(c) द्विप्रावस्था विधि का उपयोग करके हल कीजिए :

अधिकतमीकरण $z = 2x_1 + x_2 + x_3$

निम्न प्रतिबन्धों के अंतर्गत $4x_1 + 6x_2 + 3x_3 \leqslant 8$

$3x_1 - 6x_2 - 4x_3 \leqslant 1$

$2x_1 + 3x_2 - 5x_3 \geqslant 4$

और $x_1, x_2, x_3 \geqslant 0$.

Use two-phase method to solve :

Maximize $z = 2x_1 + x_2 + x_3$

subject to the constraints $4x_1 + 6x_2 + 3x_3 \leqslant 8$

$3x_1 - 6x_2 - 4x_3 \leqslant 1$

$2x_1 + 3x_2 - 5x_3 \geqslant 4$

and $x_1, x_2, x_3 \geqslant 0$. 20

4.(a) निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए :

अधिकतमीकरण $z = 3x_1 + 5x_2$

निम्न प्रतिबन्धों के अंतर्गत $3x_1 + 2x_2 \leqslant 18$

$x_1 \leqslant 4$

$x_2 \leqslant 6$

और $x_1, x_2 \geqslant 0$.

इष्टतम आधारी सुसंगत हल के इष्टतमत्व पर C_j में परिवर्तन का वर्णन कीजिए।

Solve the following linear programming problem :

Maximize $z = 3x_1 + 5x_2$

subject to the constraints $3x_1 + 2x_2 \leqslant 18$

$x_1 \leqslant 4$

$x_2 \leqslant 6$

and $x_1, x_2 \geqslant 0$.

Discuss the change in C_j on the optimality of the optimal basic feasible solution. 15

4.(b) एक निर्माता को अपने ग्राहकों को प्रति वर्ष अपने उत्पाद की 600 इकाईयों की आपूर्ति करनी पड़ती है। अपर्याप्तता की अनुमति नहीं है और गोदाम-भाड़ा 60 पैसे प्रति इकाई प्रति वर्ष है। ढांचा लागत प्रति दौर 80 रुपये है। प्राप्त कीजिए (i) आर्थिक आदेश मात्रा (इकोनोमिक आर्डर क्वांटिटी) (ii) प्रति इष्टतम आदेश की आपूर्ति की इष्टतम अवधि और (iii) 20 प्रतिशत अधिक और 40% कम आदेश करने से संबंधित कुल लागत में वृद्धि।

A manufacturer has to supply his customers with 600 units of his product per year. Shortages are not allowed and storage amounts to 60 paise per unit per year. The set up cost per run is Rs. 80. Find (i) economic order quantity (ii) optimum period of supply per optimum order and (iii) increase in the total cost associated with ordering 20 per cent more and 40% less. 15

4.(c) एक मशीन को दिये गये वजन के पैकेट देने के लिए सेट किया गया है। प्रत्येक आमाप 5 के दस प्रतिदर्शों की जाँच की गई और निम्नलिखित परिणाम प्राप्त हुए :

प्रतिदर्श संख्या	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
माध्य	43	49	37	44	45	37	51	46	43	47
परिसर	5	6	5	7	7	4	8	6	4	6

माध्य और परिसर संचित्रों का उपयोग करके जाँच कीजिए कि क्या प्रक्रम नियंत्रण में है? ($n = 5$ के लिए दिया है, $d_2 = 2{\cdot}326$ और $d_3 = 0{\cdot}864$)

A machine is set to deliver the packets of a given weight. Ten samples of size 5 each were examined and the following results were obtained:

Sample No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Mean	43	49	37	44	45	37	51	46	43	47
Range	5	6	5	7	7	4	8	6	4	6

Use mean and range charts to check whether process is under control. (Given for $n = 5$, $d_2 = 2{\cdot}326$ and $d_3 = 0{\cdot}864$) 20

खण्ड 'B' SECTION 'B'

5.(a) जैलनर के प्रतीयमानतः असंबंधित समाश्रयण निदर्श की व्याख्या कीजिए और निदर्श का आकलन करने के लिए सुसंगत व्यापकीकृत न्यूनतम वर्ग विधि को समझाइए।

Explain Zellner's seemingly unrelated regression model and the feasible generalized least squares method of estimating the model. 10

5.(b) राष्ट्रीय प्रतिदर्श सर्वेक्षण संगठन (एन.एस.एस.ओ.) के प्रकार्यों को समझाइए।

Explain the functions of N.S.S.O. 10

5.(c) यह मानते हुए कि विषम विचालिता प्रसरण ज्ञात हैं, द्विचर निदर्श $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$ में व्यापकीकृत न्यूनतम वर्ग आकलकों को प्राप्त कीजिए और उनके प्रसरणों को प्राप्त कीजिए।

Obtain the generalized least squares estimators in the two-variable model $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$ assuming the heteroscedastic variances are known and obtain their variances. 10

5.(d) सकल समंकों को किन्हीं मानक समंकों में रूपांतरित करने को क्यों वांछनीय माना जाता है ? 'मानक समंकों' और 'प्रसामान्यीकृत समंकों' को परिभाषित कीजिए और इन्हें कैसे व्युत्पन्न किया जाता है, इसका वर्णन कीजिए ।

Why is it considered desirable to convert gross scores to some standard scores ? Define 'standard scores' and 'normalised scores' and describe how they are derived. 10

5.(e) रिक्त स्थानों को भरें, जो निम्नलिखित कंकाल वय-सारणी में एक क्वेरी के साथ चिह्नित हैं और कॉलम के प्रमुखों पर प्रतीकों का अर्थ समझाइए :

आयु x Age x	l_x	d_x	p_x	q_x	L_x	T_x	e_x^0	m_x
30	762227	?	?	?	?	27296632	?	?
31	758580	–	–	–	–	?	?	–

Fill in blanks which are marked with a query in the above skeleton life table and explain the meaning of the symbols at the heads of the columns. 10

6.(a) अरीमा (ARIMA) निदर्शों को बनाने के लिए बाक्स-जैनकिन्स विधि तंत्र की व्याख्या कीजिए ।

Explain Box-Jenkins methodology to build ARIMA models. 15

6.(b) निम्नलिखित आंकड़ों से 2005 के आधार पर 2006 के लिए निर्बाह-सूचकांक तैयार कीजिए (i) सामुदायिक विधि द्वारा और (ii) भारित अनुपातों की विधि द्वारा, और अपनी टिप्पणी दीजिए :

उपयोगी वस्तुऐं Commodities	A	B	C	D	E	F
2005 में उपभोगी मात्रा Quantities consumed in 2005	6	6	1	6	4	1
2005 में मूल्य Prices in 2005	5·75	5·00	6·00	8·00	2·00	20·00
2006 में मूल्य Prices in 2006	6·00	8·00	9·00	10·00	1·50	15·00

Prepare the cost of living index for 2006 on the basis of 2005 from the above data by (i) aggregative method and (ii) method of weighted relatives and comment. 15

6.(c) 'मूल्य कोटेशनों' से संबंधित मूल्य आंकड़े बताइए । भारत के विदेशी व्यापार के विषय में आंकड़ों के प्रकाशनों को स्पष्ट कीजिए ।

Explain price statistics relating to 'Price Quotations'. Elucidate publications of data concerning foreign trade of India. 20

7.(a) यदि $c(x, t)$ आयु वर्ग $(x, x+t)$ में महिलाओं का प्रेक्षित अनुपात है और $f(x, t)$ आयु वर्ग $(x, x+t)$ में उन महिलाओं का प्रेक्षित अनुपात है जो महिला बच्चों को जन्म देती हैं, समय t पर। हम यह मान लेते हैं कि X, (α, β) में एकसमान बंटित है। तब दर्शाइए कि

$$\hat{B}_f(t) = \left[\hat{r}_{c,f|t}\, \hat{\sigma}_c \hat{\sigma}_f\, (\beta - \alpha) + \frac{[\hat{T}_f(t)]^2}{(\beta - \alpha)} \frac{1}{\hat{G}_f(t)} \right],$$

जहाँ $\hat{T}_f(t)$ आकलित कुल उर्वरता है।

$\hat{B}_f(t)$ समय t पर आकलित महिला जन्म दर है।

$\hat{G}_f(t)$ आकलित सामान्य प्रजनन दर है।

$\hat{r}_{c,f|t}$ निरूपित करता है c और f के बीच गुणन-आघूर्ण संबंध गुणांक को जब कि t दिया हुआ है।

$\hat{\sigma}_c, \hat{\sigma}_f$ क्रमशः c और f के प्रेक्षित मानक विचलन हैं।

If $c(x, t)$ denote observed proportion of females in the age group $(x, x+t)$ and $f(x, t)$ is the observed proportion of females giving birth to female children in the age group $(x, x+t)$ at time t. Let us assume that X is uniformly distributed in (α, β). Then show that

$$\hat{B}_f(t) = \left[\hat{r}_{c,f|t}\, \hat{\sigma}_c \hat{\sigma}_f\, (\beta - \alpha) + \frac{[\hat{T}_f(t)]^2}{(\beta - \alpha)} \frac{1}{\hat{G}_f(t)} \right],$$

where $\hat{T}_f(t)$ is the estimated total fertility.

$\hat{B}_f(t)$ is the estimated female birthrate at time t.

$\hat{G}_f(t)$ is the estimated General Fertility rate.

$\hat{r}_{c,f|t}$ represents product moment correlation coefficient between c and f given t.

$\hat{\sigma}_c, \hat{\sigma}_f$ are observed standard deviations of c and f respectively. 15

7.(b) बौद्धिक स्तर (आई. क्यू.) से आप क्या समझते हैं ? आई. क्यू. को मापने की विधि और परीक्षण का वर्णन कीजिए। एक उपयुक्तता (एप्टीट्यूड) परीक्षण, एक बौद्धिक परीक्षण से किस प्रकार भिन्न है ?

60 मदों के एक परीक्षण का विश्वसनीयता गुणांक 0·65 है। परीक्षण को कितना लम्बा किया जाना चाहिए ताकि स्व-सहसंबंध (सैल्फ कोरिलेशन) बढ़ कर 0·95 हो जाए ? परीक्षण की लम्बाई को दो गुना और तीन गुना करने पर विश्वसनीयता गुणांकों पर क्या प्रभाव पड़ेगा ? 135 तुलनीय मदों वाले एक परीक्षण की विश्वसनीयता क्या है ?

What do you mean by Intelligence Quotient (I.Q.) ? Describe the procedure and test of measuring I.Q. How does an aptitude test differ from an Intelligence Test ?
The reliability coefficient of a test of 60 items is 0·65. How much the test should be lengthened to raise the self correlation to 0·95 ? What effect will the doubling and tripling the test's length have upon the reliability coefficients ? What is the reliability of a test having 135 comparable items ? 15

7.(c) तत्क्षण मर्त्यता की तीव्रता (μ_x) को परिभाषित कीजिए ।

दर्शाइए कि $q_x = \frac{1}{l_x}\int_0^1 \mu_{x+t}\, l_{x+t}\, dx$

जहाँ q_x आयु x प्राप्त करने के उपरान्त एक वर्ष के भीतर मरने की प्रायिकता है ।

यह भी सिद्ध कीजिए कि $\mu_x = \frac{1}{\varepsilon_x^0}\left[1 + \frac{d\varepsilon_x^0}{dx}\right]$

जहाँ ε_x^0 जीवन की पूर्ण प्रत्याशा है ।

Define instantaneous force of mortality (μ_x).

Show that $q_x = \frac{1}{l_x}\int_0^1 \mu_{x+t}\, l_{x+t}\, dx$

where q_x is the probability of dying within one year following the attainment of age x.

Also prove that $\mu_x = \frac{1}{\varepsilon_x^0}\left[1 + \frac{d\varepsilon_x^0}{dx}\right]$

where ε_x^0 is the complete expectation of life. 20

8.(a) स्वसहसंबंध क्या है ? इसके परिणाम क्या हैं ? विषम विचालिता (हैट्रोसिडास्टिसिटी) के लिए गोल्डफैल्ड-क्वाँट (Goldfeld-Quandt) परीक्षण और ग्लैस्जर (Glesjer) परीक्षण को समझाइए ।
What is autocorrelation ? What are its consequences ? Explain the Goldfeld-Quandt test and Glesjer test for heteroscedasticity. 20

8.(b) निम्नलिखित द्वि-समीकरण प्रणाली की अभिज्ञेयता (आईडैन्टिफॉयबिलिटी) की जाँच कीजिए :

$\beta_{11} y_{1t} + \beta_{12} y_{2t} + \gamma_{11} x_{1t} + \gamma_{12} x_{2t} = u_{1t}$

$\beta_{21} y_{1t} + \beta_{22} y_{2t} + \gamma_{21} x_{1t} + \gamma_{22} x_{2t} = u_{2t}$

दिये गये प्रतिबंध हैं (i) $\gamma_{12} = 0 \quad \gamma_{21} = 0$ और (ii) $\gamma_{11} = 0 \quad \gamma_{12} = 0$

Check the identifiability of the following two-equation system :

$\beta_{11} y_{1t} + \beta_{12} y_{2t} + \gamma_{11} x_{1t} + \gamma_{12} x_{2t} = u_{1t}$

$\beta_{21} y_{1t} + \beta_{22} y_{2t} + \gamma_{21} x_{1t} + \gamma_{22} x_{2t} = u_{2t}$

Given the restrictions (i) $\gamma_{12} = 0 \quad \gamma_{21} = 0$ and (ii) $\gamma_{11} = 0 \quad \gamma_{12} = 0$ 15

8.(c) लैस्ली (Leslie) आव्यूह का वर्णन कीजिए और समष्टि प्रक्षेपण के लिए लैस्ली आव्यूह तकनीक का वर्णन कीजिए ।
Describe Leslie matrix and describe Leslie Matrix Technique for the population projection. 15