CHAHAL ACADEMY
LEARN TODAY! LEAD TOMORROW!
96259-93995

सांख्यिकी / STATISTICS

प्रश्न-पत्र I / Paper I

निर्धारित समय : **तीन घंटे**	अधिकतम अंक : **250**
Time Allowed : ***Three Hours***	*Maximum Marks :* ***250***

प्रश्न-पत्र सम्बन्धी विशिष्ट अनुदेश

कृपया प्रश्नों के उत्तर देने से पूर्व निम्नलिखित प्रत्येक अनुदेश को ध्यानपूर्वक पढ़ें :

*इसमें **आठ** प्रश्न हैं जो **दो खण्डों** में विभाजित हैं तथा **हिन्दी** और **अंग्रेज़ी** दोनों में छपे हैं ।*

*परीक्षार्थी को कुल **पाँच** प्रश्नों के उत्तर देने हैं ।*

*प्रश्न संख्या **1** और **5** अनिवार्य हैं तथा बाकी प्रश्नों में से प्रत्येक खण्ड से कम-से-कम **एक** प्रश्न चुनकर किन्हीं **तीन** प्रश्नों के उत्तर दीजिए ।*

प्रत्येक प्रश्न/भाग के अंक उसके सामने दिए गए हैं ।

प्रश्नों के उत्तर उसी प्राधिकृत माध्यम में लिखे जाने चाहिए जिसका उल्लेख आपके प्रवेश-पत्र में किया गया है, और इस माध्यम का स्पष्ट उल्लेख प्रश्न-सह-उत्तर (क्यू.सी.ए.) पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर निर्दिष्ट स्थान पर किया जाना चाहिए । प्राधिकृत माध्यम के अतिरिक्त अन्य किसी माध्यम में लिखे गए उत्तर पर कोई अंक नहीं मिलेंगे ।

यदि आवश्यक हो, तो उपयुक्त आँकड़ों का चयन कीजिए तथा उनको निर्दिष्ट कीजिए ।

जब तक उल्लिखित न हो, संकेत तथा शब्दावली प्रचलित मानक अर्थों में प्रयुक्त हैं ।

प्रश्नों के उत्तरों की गणना क्रमानुसार की जाएगी । यदि काटा नहीं हो, तो प्रश्न के उत्तर की गणना की जाएगी चाहे वह उत्तर अंशतः दिया गया हो । प्रश्न-सह-उत्तर (क्यू.सी.ए.) पुस्तिका में खाली छोड़ा हुआ पृष्ठ या उसके अंश को स्पष्ट रूप से काटा जाना चाहिए ।

Question Paper Specific Instructions

Please read each of the following instructions carefully before attempting questions :

*There are **EIGHT** questions divided in **TWO SECTIONS** and printed both in **HINDI** and in **ENGLISH**.*

*Candidate has to attempt **FIVE** questions in all.*

*Questions no. **1** and **5** are compulsory and out of the remaining, any **THREE** are to be attempted choosing at least **ONE** question from each section.*

The number of marks carried by a question / part is indicated against it.

Answers must be written in the medium authorized in the Admission Certificate which must be stated clearly on the cover of this Question-cum-Answer (QCA) Booklet in the space provided. No marks will be given for answers written in a medium other than the authorized one.

Assume suitable data, if considered necessary, and indicate the same clearly.

Unless and otherwise indicated, symbols and notations carry their usual standard meanings.

Attempts of questions shall be counted in sequential order. Unless struck off, attempt of a question shall be counted even if attempted partly. Any page or portion of the page left blank in the Question-cum-Answer (QCA) Booklet must be clearly struck off.

खण्ड A

SECTION A

Q1. (a) 1000 जन्म लेने वाले व्यक्तियों में से, केवल 900, 15 वर्ष तक की आयु तक पहुँच पाते हैं, तथा प्रति 1000 व्यक्ति जो 15 वर्ष की आयु तक पहुँचते हैं, उनमें से 950 व्यक्ति 50 वर्ष की आयु तक पहुँचते हैं। प्रति 1000 व्यक्तियों में जो 50 वर्ष की आयु तक पहुँचते हैं, उनमें से 40 व्यक्तियों की एक वर्ष में मृत्यु हो जाती है। तदनुसार एक व्यक्ति के 51 वर्ष की आयु तक पहुँचने की प्रायिकता क्या है ?

Out of 1000 persons born, only 900 reach the age of 15 years, and out of every 1000 who reach the age of 15 years, 950 reach the age of 50 years. Out of every 1000 who reach the age of 50 years, 40 die in one year. Accordingly, what is the probability that a person would attain the age of 51 years ? *10*

(b) माना X एक सतत यादृच्छिक चर है जिसका प्रायिकता घनत्व फलन है :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2}, & 0 \le x < 1 \\ \frac{1}{2}, & 1 \le x < 2 \\ \frac{3-x}{2}, & 2 \le x < 3 \\ 0, & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

X का संचयी वितरण फलन निकालिए तथा इससे $P\left(X > \frac{3}{2}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

Let X be a continuous random variable with probability density function :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2}, & 0 \le x < 1 \\ \frac{1}{2}, & 1 \le x < 2 \\ \frac{3-x}{2}, & 2 \le x < 3 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$$

Obtain the cumulative distribution function of X and hence find the value of $P\left(X > \frac{3}{2}\right)$. *10*

(c) माना $\{X_n, n \geq 1\}$ परस्पर स्वतन्त्र यादृच्छिक चरों की शृंखला इस प्रकार है कि

$$P(X_n = n^{\alpha}) = P(X_n = -n^{\alpha}) = 0{\cdot}5, \text{ किसी भी } \alpha > 0 \text{ के लिए ।}$$

α पर उस प्रतिबन्ध को निकालिए जिसके अन्तर्गत, शृंखला $\{X_n, n \geq 1\}$ निर्बल बृहत् संख्याओं के नियम (WLLNs) का पालन करती है ।

Let $\{X_n, n \geq 1\}$ be a sequence of mutually independent random variables such that

$$P(X_n = n^{\alpha}) = P(X_n = -n^{\alpha}) = 0{\cdot}5, \text{ for any } \alpha > 0.$$

Derive the condition on α under which the sequence $\{X_n, n \geq 1\}$ obeys WLLNs. *10*

(d) H एवं T के निम्नलिखित अनुक्रम की यादृच्छिकता जाँचने के लिए परम्परा (रन) परीक्षण, 5% सार्थकता स्तर, पर प्रयुक्त कीजिए :

HHHHHHTHHHHHTHTHHHH
TTHHHHTHHHTTHHHHHH
THHTTHHTHHH

दिया गया है : $Z_{(0{\cdot}025)} = 1{\cdot}96$

$Z_{(0{\cdot}05)} = 1{\cdot}645$

Apply Run Test to test the randomness of the following sequence of H and T at 5% level of significance : *10*

HHHHHHTHHHHHTHTHHHH
TTHHHHTHHHTTHHHHHH
THHTTHHTHHH

Given : $Z_{(0{\cdot}025)} = 1{\cdot}96$

$Z_{(0{\cdot}05)} = 1{\cdot}645$

(e) पूर्व एवं पश्च बंटनों में विभेद कीजिए । वर्ग-त्रुटि हानि फलन की स्थिति में अज्ञात प्राचल का बेज़ आकलक ज्ञात कीजिए ।

Differentiate between prior and posterior distributions. In case of squared error loss function, find out the Bayes estimator for unknown parameter. *10*

Q2. (a) माना X, Y, Z तीन परस्पर स्वतन्त्र मानक घातीय चर हैं तथा

$$W_1 = X + Y + Z, \ W_2 = \frac{X+Y}{X+Y+Z}, \ W_3 = \frac{X}{X+Y}.$$

तब

(i) W_1, W_2 एवं W_3 का संयुक्त बंटन निकालिए ।

(ii) W_1, W_2 एवं W_3 के सीमान्त प्रायिकता घनत्व फलन ज्ञात कीजिए ।

(iii) W_1, W_2 एवं W_3 के परस्पर स्वतन्त्र होने का परीक्षण कीजिए तथा इस पर अपनी टिप्पणी दीजिए ।

Let X, Y, Z be three mutually independent standard exponential variates and $W_1 = X + Y + Z, \ W_2 = \frac{X+Y}{X+Y+Z}, \ W_3 = \frac{X}{X+Y}$.

Then

(i) determine the joint distribution of W_1, W_2 and W_3.

(ii) find out the marginal probability density functions of W_1, W_2 and W_3.

(iii) examine the mutual independence of W_1, W_2 and W_3, and give your comment. *10+6+4=20*

(b) निम्नलिखित को सिद्ध या अस्वीकृत करने के लिए एक उदाहरण दीजिए :

$$P(\lim\sup A_n) = 0 \Rightarrow \sum_{k=1}^{\infty} P(A_k) < \infty,$$

जहाँ $\{A_n, n \geq 1\}$ घटनाओं की कोई शृंखला है जो कि संभाव्यता अन्तराल $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ पर परिभाषित है ।

Give an example to prove or disapprove the following :

$$P(\lim\sup A_n) = 0 \Rightarrow \sum_{k=1}^{\infty} P(A_k) < \infty,$$

for any sequence $\{A_n, n \geq 1\}$ of events defined on a probability space $(\Omega, \mathcal{A}, P)$. *15*

(c) माना $\{Y_n, n \geq 1\}$ यादृच्छिक चरों की एक शृंखला है तथा Y एक अपभ्रष्ट यादृच्छिक चर है । परीक्षण कीजिए कि क्या 'Y_n बंटन में Y को अभिसरित होता है', से यह निष्कर्ष निकलता है कि 'Y_n प्रायिकता में Y को अभिसरित होता है' ।

Let $\{Y_n, n \geq 1\}$ be a sequence of random variables and Y be a degenerate random variable. Examine whether 'Y_n converges in distribution to Y' implies 'Y_n converges in probability to Y'. *15*

Q3. (a) (i) यदि X परिमित प्रसरण के साथ एक यादृच्छिक चर है, तो दिखाइए कि

$$\lim_{n \to \infty} n^2 P\{1 \times 1 > n\} = 0.$$

(ii) किसी एक भर्ती परीक्षा में, बहुविकल्पीय प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न में चार संभव विकल्प हैं, जिनमें से एक सही है । एक बुद्धिमान छात्र के सही विकल्प जानने की प्रायिकता 90% है, जबकि एक कमज़ोर छात्र की केवल 20% है । एक बुद्धिमान छात्र सही विकल्प पर निशान लगाता है । इसके अनुमान से सही विकल्प पर निशान लगाने की प्रायिकता क्या है ?

(i) If X is a random variable with finite variance, show that

$$\lim_{n \to \infty} n^2 P\{1 \times 1 > n\} = 0.$$ *10*

(ii) In a certain recruitment test, there are multiple choice questions. There are four possible options to each question, out of which one is correct. The probability of knowing correct option for an intelligent student is 90%, while it is 20% for a weaker student. An intelligent student ticks the correct option. What is the probability that he was guessing ? *10*

(b) परीक्षण कीजिए कि परस्पर स्वतन्त्र यादृच्छिक चरों की शृंखला $\{X_n, n \geq 1\}$, जिसमें

$$\left.\begin{aligned} P(X_n = \pm n^{\lambda}) &= \frac{1}{2n^{2\lambda}} \\ P(X_n = 0) &= 1 - \frac{1}{n^{2\lambda}} \end{aligned}\right\} \left(\lambda < \frac{1}{2}\right)$$

केन्द्रीय सीमा प्रमेय (CLT) का पालन करती है या नहीं ।

Determine whether the sequence of mutually independent random variables $\{X_n, n \geq 1\}$, in which

$$\left.\begin{aligned} P(X_n = \pm n^{\lambda}) &= \frac{1}{2n^{2\lambda}} \\ P(X_n = 0) &= 1 - \frac{1}{n^{2\lambda}} \end{aligned}\right\} \left(\lambda < \frac{1}{2}\right)$$

obeys Central Limit Theorem (CLT) or not. *15*

(c) अनुक्रमिक प्रायिकता अनुपात परीक्षण (SPRT) को इसके संकारक अभिलक्षण फलन एवं औसत प्रतिदर्श संख्या के साथ परिभाषित कीजिए । $N(\theta, 1)$ में $H_0 : \theta = 4$ विरुद्ध $H_1 : \theta = 5$ के परीक्षण के लिए अनुक्रमिक प्रायिकता अनुपात परीक्षण (SPRT), $\alpha = 0{\cdot}5$ तथा $\beta = 0{\cdot}2$ के साथ ज्ञात कीजिए ।

Define Sequential Probability Ratio Test (SPRT) along with its operating characteristic function and average sample number. Determine SPRT for testing $H_0 : \theta = 4$ against $H_1 : \theta = 5$ in $N(\theta, 1)$ with $\alpha = 0{\cdot}5$ and $\beta = 0{\cdot}2$. *15*

Q4. (a) सांख्यिकी निष्कर्ष में पूर्णता एवं पर्याप्तता के गुणों की क्या भूमिका है ? स्पष्ट कीजिए । $U(0, \theta)$ में, θ का एकसमान न्यूनतम प्रसरण अनभिनत आकलक (UMVUE) ज्ञात कीजिए ।

What is the role of properties of completeness and sufficiency in Statistical Inference ? Explain. In $U(0, \theta)$, find out Uniformly Minimum Variance Unbiased Estimator (UMVUE) of θ. *20*

(b) 400 परिवारों, जिनमें प्रत्येक में चार बच्चे हैं, के सर्वेक्षण का बंटन निम्नलिखित है :

लड़कों की संख्या	0	1	2	3	4
परिवारों की संख्या	16	89	145	118	32

क्या यह परिणाम 5% सार्थकता स्तर पर इस परिकल्पना से संगत है कि लड़कों एवं लड़कियों के जन्म होने की संभावना बराबर है ?

यह दिया गया है कि

$\chi^2_{(\cdot 05)}$ 4 स्वतंत्र कोटि के लिए = $9{\cdot}488$ एवं

$\chi^2_{(\cdot 05)}$ 5 स्वतंत्र कोटि के लिए = $11{\cdot}070$.

A survey of 400 families with four children each have the following distribution :

Number of boys	0	1	2	3	4
Number of families	16	89	145	118	32

Is this result consistent with the hypothesis that male and female births are equally probable at 5% level of significance ? *15*

It is given that $\chi^2_{(\cdot 05)}$ for 4 degrees of freedom = 9·488 and

$\chi^2_{(\cdot 05)}$ for 5 degrees of freedom = 11·070.

(c) संभाव्यता अनुपात परीक्षण को परिभाषित कीजिए । $N(\theta, \sigma^2)$, जहाँ σ^2 अज्ञात है, में $H_0 : \theta = \theta_0$ विरुद्ध $H_1 : \theta \in (\Omega - \theta_0)$, जहाँ Ω, θ के लिए प्राचलिक अन्तराल है, के परीक्षण के लिए संभाव्यता अनुपात (LR) परीक्षण ज्ञात कीजिए । α परीक्षण का आकार है ।

Define Likelihood Ratio Test. In $N(\theta, \sigma^2)$, where σ^2 is unknown, find out LR test for testing $H_0 : \theta = \theta_0$ against $H_1 : \theta \in (\Omega - \theta_0)$, where Ω is the parametric space for θ. α is the size of the test. *15*

खण्ड B
SECTION B

Q5. (a) (i) यदि $\mathbf{X} = (X_1 \ X_2 \ X_3)'$ का बंटन $N_3(\boldsymbol{\mu}, \Sigma)$ है, तब $[(X_1 - X_2)\ (X_2 - X_3)]'$ का बंटन ज्ञात कीजिए ।

(ii) माना कि $\mathbf{X} = (X_1 \ X_2 \ X_3)' \sim N_3(\mathbf{0}, \Sigma)$ है, जहाँ $\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & \rho & 0 \\ \rho & 1 & \rho \\ 0 & \rho & 1 \end{pmatrix}$ है ।

क्या ρ का ऐसा कोई मान है जिसके लिए $(X_1 + X_2 + X_3)$ एवं $(X_1 - X_2 - X_3)$ स्वतन्त्र हैं ?

(i) If $\mathbf{X} = (X_1 \ X_2 \ X_3)'$ is distributed as $N_3(\boldsymbol{\mu}, \Sigma)$, find the distribution of $[(X_1 - X_2)\ (X_2 - X_3)]'$.

(ii) Suppose that $\mathbf{X} = (X_1 \ X_2 \ X_3)' \sim N_3(\mathbf{0}, \Sigma)$, where $\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & \rho & 0 \\ \rho & 1 & \rho \\ 0 & \rho & 1 \end{pmatrix}$.

Is there a value of ρ for which $(X_1 + X_2 + X_3)$ and $(X_1 - X_2 - X_3)$ are independent ? *5+5*

(b) दिखाइए कि $\mathbf{X} = (X_1, X_2, ..., X_p)'$ का बंटन p-चरीय प्रसामान्य बंटन है, यदि और केवल यदि $\mathbf{X}$ के प्रत्येक रेखीय युग्म $(l_1X_1 + l_2X_2 + ... + l_pX_p)$ का बंटन एकचरीय (एकविचर) प्रसामान्य बंटन है ।

Show that $\mathbf{X} = (X_1, X_2, ..., X_p)'$ has p-variate normal distribution if and only if every linear combination $(l_1X_1 + l_2X_2 + ... + l_pX_p)$ of $\mathbf{X}$ follows a univariate normal distribution. *10*

(c) माना $x_1, x_2, ..., x_n$ दिए हुए n प्रेक्षण हैं तथा

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + e_i; \quad i = 1, 2, ..., n,$$

जहाँ β_0, β_1 अज्ञात प्राचल हैं तथा सभी e_i $E(e_i) = 0$ एवं $V(e_i) = \sigma^2$, $i = 1, 2, ..., n$ के साथ परस्पर स्वतंत्र प्रसामान्य यादृच्छिक चर हैं । σ^2 को अज्ञात माना गया है ।

निराकरणीय परिकल्पना $H_0 : \beta_0 = \beta_1 = 0$ का परीक्षण कीजिए ।

Let $x_1, x_2, ..., x_n$ be n given observations, and suppose that

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + e_i; \quad i = 1, 2, ..., n,$$

where β_0, β_1 are unknown parameters and e_i are mutually independent normal random variables with $E(e_i) = 0$ and $V(e_i) = \sigma^2$, $i = 1, 2, ..., n$. Also, σ^2 is assumed to be unknown.

Test the null hypothesis $H_0 : \beta_0 = \beta_1 = 0$. *10*

(d) एक अभिकल्पना की निम्नलिखित प्रसरण विश्लेषण सारणी को पूर्ण कीजिए एवं 5% सार्थकता स्तर पर बताइए कि क्या व्यवहारों के मध्य सार्थक अन्तर है :

विचरण स्रोत	स्वतंत्र कोटि	वर्गों का योग	माध्य वर्गों का योग	प्रसरण अनुपात
खण्ड	—	21	4·2	—
व्यवहार	—	—	5·0	—
त्रुटि	15	12	—	
योग	—	—		

दिया गया है

$F_{\cdot 05}(3, 15) = 8{\cdot}70$

$F_{\cdot 05}(5, 15) = 4{\cdot}62$

Complete the following analysis of variance table of a design and examine whether there is a significant difference between the treatments at 5% level of significance : *10*

Source of Variation	Degrees of Freedom	Sum of Squares	Mean Sum of Squares	Variance Ratio
Blocks	—	21	4·2	—
Treatments	—	—	5·0	—
Error	15	12	—	
Total	—	—		

Given that

$F_{\cdot 05}(3, 15) = 8{\cdot}70$

$F_{\cdot 05}(5, 15) = 4{\cdot}62$

(e) समष्टि माध्य के आकलन के लिए प्रयुक्त समाश्रयण आकलक को परिभाषित कीजिए । इसकी अभिनति (बायस) एवं माध्य वर्ग त्रुटि (एम.एस.ई.) को प्रथम सन्निकटन क्रम तक ज्ञात कीजिए ।

Define regression estimator used for the estimation of population mean. Obtain its bias and Mean Square Error (MSE) to the first order of approximation. *10*

Q6. (a) माना $\mathbf{X} = (X_1 \ \ X_2 \ \ X_3)'$ का बंटन $N_3(\mu, \Sigma)$ है, जहाँ $\mu = (2 \ \ -1 \ \ 3)'$ एवं

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

ज्ञात कीजिए

(i) $(X_1 \ \ X_2)'$ का प्रतिबन्धित बंटन जबकि $X_3 = 2$ दिया है ।

(ii) आंशिक सहसम्बन्ध गुणांक $\rho_{12.3}$ एवं बहु सहसम्बन्ध गुणांक $R_{1.23}$.

Let $\mathbf{X} = (X_1 \ \ X_2 \ \ X_3)'$ be distributed as $N_3(\mu, \Sigma)$, where $\mu = (2 \ \ -1 \ \ 3)'$ and

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Find

(i) the conditional distribution of $(X_1 \ \ X_2)'$ given $X_3 = 2$.

(ii) partial correlation coefficient $\rho_{12.3}$ and multiple correlation coefficient $R_{1.23}$. *8+7*

(b) (i) प्रति कोष्ठ संख्या में बराबर बहु आँकड़े (ऑब्ज़्वेशन्स) रखने वाले द्वि-विध (टू-वे) वर्गीकृत आँकड़ों के सम्पूर्ण विश्लेषण का विवरण, उपयोग में ली गई मान्यताओं का स्पष्ट उल्लेख करते हुए दीजिए । ऐसे दो उदाहरण भी दीजिए जहाँ इस प्रकार के विश्लेषण का उपयोग होता है ।

(ii) माना कि तीन परस्पर स्वतन्त्र चर Y_1, Y_2 और Y_3 जिनका प्रसरण σ^2 समान है तथा

$E(Y_1) = \beta_1 + \beta_2, \ E(Y_2) = \beta_1 + \beta_3, \ E(Y_3) = \beta_1 + \beta_2$ दिए गए हैं ।

दिखाइए कि रेखीय प्राचलिक फलन $p_1\beta_1 + p_2\beta_2 + p_3\beta_3$ प्राक्कलिक है, यदि एवं केवल यदि $p_1 = p_2 + p_3$ है । साथ ही यदि कोई मान्यताएँ प्रयुक्त होती हैं, तो उनका भी स्पष्ट उल्लेख कीजिए ।

(i) Describe the complete analysis of two-way classified data with multiple (but equal) observations per cell, clearly stating the assumptions used. Also state two examples where such type of analysis is used. *15*

(ii) Let three mutually independent variables Y_1, Y_2 and Y_3 having common variance σ^2 and

$E(Y_1) = \beta_1 + \beta_2, \ E(Y_2) = \beta_1 + \beta_3, \ E(Y_3) = \beta_1 + \beta_2$ be given.

Show that the linear parametric function $p_1\beta_1 + p_2\beta_2 + p_3\beta_3$ is estimable if and only if $p_1 = p_2 + p_3$, clearly stating the assumptions used, if any. *5*

(c) (i) संक्षिप्त में तीन कारण लिखिए जिनके कारण विश्लेषक प्रमुख घटक विश्लेषण का प्रयोग करने की इच्छा कर सकता है ।

(ii) विहित सहसम्बन्धों को परिभाषित कीजिए तथा इनके अनुप्रयोग के दो उदाहरण दीजिए । विहित सहसम्बन्धों एवं विहित चरों को ज्ञात करने की विधि का वर्णन कीजिए ।

(i) State briefly three reasons why an analyst may wish to perform a principal component analysis. *6*

(ii) Define canonical correlations and give two examples of their application. Describe the procedure of working out canonical correlations and canonical variates. *9*

Q7. (a) चरों के प्रतिचयन एवं गुणात्मक चरों के प्रतिचयन में अन्तर का उदाहरणों सहित वर्णन कीजिए । एक गुणात्मक अभिलक्षण के लिए समष्टि अनुपात का अनभिनत आकलक तथा इस आकलक का प्रसरण ज्ञात कीजिए जबकि प्रतिचयन प्रतिस्थापन रहित सरल यादृच्छिक विधि द्वारा किया गया है । इस प्रसरण का अनभिनत आकलक भी निकालिए ।

Discuss the difference between sampling for variables and sampling for attributes with examples. For a qualitative characteristic, find an unbiased estimator of population proportion along with its variance when sample is drawn by simple random sampling without replacement. Also obtain an unbiased estimator of this variance. *20*

(b) नीचे दी गई सारणी में 50 आकार के स्तरीकृत यादृच्छिक प्रतिदर्श के स्तरों का माध्य एवं प्रसरण तथा स्तरों की समष्टि का आकार तथा स्तरों से चयनित प्रतिदर्श आकारों को दिया गया है । चिह्नों को उनके सामान्य अर्थों में प्रयुक्त किया गया है ।

स्तर संख्या	N_i	n_i	$\bar{y}_i$	s_i^2
1	30	5	35	36
2	50	10	40	49
3	60	15	40	81
4	60	20	55	144

प्रमाणित कीजिए कि दिए गए 4 स्तरों के लिए मौजूदा आवंटन इष्टतम है । समष्टि प्रसरण का इस आवंटन के सापेक्ष आकलक भी ज्ञात कीजिए ।

The table given below gives the population and sample sizes, stratum means and variance of a stratified random sample of size 50. Symbols used have their usual meanings.

Stratum Number	N_i	n_i	$\bar{y}_i$	s_i^2
1	30	5	35	36
2	50	10	40	49
3	60	15	40	81
4	60	20	55	144

Verify that the existing allocation is optimum for given 4 strata. Also calculate the estimate of population variance under this allocation. *15*

(c) सरल यादृच्छिक प्रतिचयन तथा आकार आनुपातिक प्रायिकता प्रतिचयन में विभेद कीजिए । एक n आकार के आकार आनुपातिक प्रायिकता प्रतिदर्श को आप (i) संचयी योग विधि तथा (ii) लाहिरी विधि द्वारा N $(n < N)$ आकार की समष्टि से कैसे चुनेंगे ? स्पष्ट कीजिए ।

Differentiate between Simple Random Sampling and Probability Proportional to Size Sampling. How will you draw a PPS sample of size n from a population of size N $(n < N)$ by (i) Cumulative Total Method and (ii) Lahri's Method ? Explain. *15*

Q8. (a) यादृच्छिक खण्ड अभिकल्पना तथा संतुलित अपूर्ण खण्डक अभिकल्पना में अन्तर बताइए । सामान्य प्रयुक्त संकेताक्षरों में सिद्ध कीजिए कि संतुलित अपूर्ण खण्डक अभिकल्पना में (i) $bk = vr$ (ii) $\lambda(v-1) = r(k-1)$ तथा (iii) $b \geq v$.

Differentiate between randomised block design and balanced incomplete block design. In usual notations, for a balanced incomplete block design, prove that (i) $bk = vr$ (ii) $\lambda(v-1) = r(k-1)$ and (iii) $b \geq v$. *20*

(b) प्रयोगात्मक अभिकल्पना में संकरण के सिद्धान्त की व्याख्या कीजिए । किसी प्रयोग में जिसमें तीन उपादान A, B तथा C जिनमें प्रत्येक दो स्तरों पर हैं, तीन पुनरावृत्त चार इकाइयों के दो खण्डों में विभाजित हैं । आप ABC को पहले, AC को दूसरे तथा BC को तीसरे पुनरावृत्त में किस प्रकार संकरित करेंगे ?

Explain the concept of confounding in design of experiment. In an experiment with three factors A, B and C, each at two levels, three replicates are divided in two blocks, each of four units. How will you confound ABC in the first, AC in the second and BC in the third replication ? *15*

(c) नियत, यादृच्छिक एवं मिश्रित प्रभाव मॉडलों में उदाहरणों सहित विभेद कीजिए । यादृच्छिक खण्डक अभिकल्पना में अभिकल्पना के तीन मूलभूत सिद्धान्तों का समावेश कैसे होता है ? स्पष्ट कीजिए ।

Differentiate among fixed, random and mixed effect models with examples. How are the three basic principles of design fulfilled in randomised block design ? Explain. *15*